



MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITA' E DELLA RICERCA

Programmi di ricerca cofinanziati - Modello E Relazione scientifica conclusiva sui risultati di ricerca ottenuti - ANNO 2007 prot. 2007JL35WY

1. Area Scientifico Disciplinare principale	<i>01: Scienze matematiche e informatiche</i>
2. Coordinatore Scientifico del programma di ricerca	<i>MONEGATO Giovanni</i>
- Università	<i>Politecnico di TORINO</i>
- Facoltà	<i>Facoltà di INGEGNERIA III</i>
- Dipartimento/Istituto	<i>Dip. MATEMATICA</i>
3. Titolo del programma di ricerca	<i>Metodi agli elementi al contorno per problemi dipendenti dal tempo.</i>
4. Settore principale del Programma di Ricerca:	<i>MAT/08</i>
5. Costo originale del Programma:	<i>105.500 €</i>
6. Quota Cofinanziamento MIUR:	<i>28.520 €</i>
7. Quota Cofinanziamento Ateneo:	<i>12.365 €</i>
8. Finanziamento totale:	<i>40.885 €</i>
9. Durata:	<i>24 mesi</i>

10. Obiettivo della ricerca eseguita

La dipendenza dal tempo è una caratteristica essenziale in molte applicazioni dell'ingegneria che sono modellate da equazioni differenziali alle derivate parziali e, eventualmente, da equazioni integrali di contorno (BIE). Il metodo degli elementi di contorno (BEM) è stato ampiamente applicato con successo a diversi problemi di tipo parabolico e iperbolico, come lo studio della conduzione e diffusione del calore, della propagazione e scattering di un'onda acustica, nell'analisi di onde elettromagnetiche od elastiche e non da ultimo nella fluido-dinamica. Se confrontata con la vasta letteratura relativa alle BIE per il caso ellittico, che ricopre sia le loro proprietà teoriche che le tecniche numeriche, quella relativa alle equazioni integrali per problemi parabolici ed iperbolici è molto limitata. Solo in questi ultimi anni sono apparsi lavori significativi su questi temi di ricerca nell'ambito dell'Analisi Numerica.

L'obiettivo principale del progetto proposto è stato pertanto lo studio e costruzione, utilizzando formulazioni integrali al contorno appropriate, di metodi numerici efficienti e veloci per la risoluzione di alcuni problemi dipendenti dal tempo, per i quali, come osservato sopra, i risultati scientifici finora ottenuti risultano ancora assai limitati. A tale fine, le tre unità di ricerca si sono poste il compito di proporre, analizzare e risolvere con metodi numerici efficienti di tipo "fast", sia problemi associati alla classica equazione delle onde, sia formulazioni variazionali per il problema poro-visco-elastodinamico in mezzi multistrato, anche in presenza di fratture, scritto in termini di equazioni integrali ipersingolari al contorno, con particolare riferimento all'utilizzo della definizione di integrale inteso come parte finita di Hadamard.

Le nuove formulazioni variazionali ottenute, insieme ai metodi numerici proposti per la loro risoluzione, vengono poi utilizzate per costruire del software numerico con il quale sarà possibile simulare numericamente il moto del suolo a causa di un terremoto, tenendo conto dell'orografia, del reale andamento degli strati e della presenza di faglie e rotture.

In particolare, per il raggiungimento degli obiettivi sopra descritti, le tre unità di ricerca si sono impegnate a considerare formulazioni integrali al contorno per problemi lineari, sia interni che esterni, dipendenti dal tempo e definiti in domini fisici in 2D e 3D, possibilmente con geometrie complesse. I problemi di riferimento sono quasi esclusivamente di tipo iperbolico, quali quelli riguardanti la propagazione di onde elastiche in mezzi stratificati, l'innescò e la propagazione dinamica di fratture, i meccanismi di rottura della crosta terrestre in presenza di terremoti.

Per questi problemi le unità si sono proposte di sviluppare i seguenti argomenti:

- studio e analisi di formulazioni variazionali per il problema poro-visco-elastodinamico in mezzi multistrato, anche in presenza di fratture, scritto in termini di equazioni integrali ipersingolari al contorno, con particolare riferimento all'utilizzo della definizione di integrale inteso come parte finita di Hadamard.

- studio e costruzione di:

(i) metodi numerici efficienti per la valutazione di tutti gli integrali, in particolare singolari e ipersingolari, necessari per definire la matrice del sistema di equazioni discretizzate,

(ii) tecniche di tipo "fast", per la risoluzione del sistema discretizzato finale con basso costo computazionale.

- sviluppo di un codice di calcolo agli elementi al contorno per il problema viscoelastodinamico in presenza di fessure coesive.

- simulazioni numeriche per verificare l'efficienza e l'accuratezza di quanto proposto nei punti precedenti. In particolare, simulazione del moto del suolo in superficie a causa di un terremoto, tenendo conto dell'orografia, del reale andamento degli strati e della presenza di faglie e rotture.

11. Descrizione della Ricerca eseguita e dei risultati ottenuti

L'unità di Torino nei primi mesi dell'attività di ricerca ha esaminato le formule di convoluzione discreta proposte da Ch. Lubich. In particolare ha svolto un'intensa sperimentazione atta a mettere in luce nuove proprietà delle stesse, sia nel caso di formule generate dai metodi BDF che nel caso di formule generate dai metodi Runge-Kutta Radau II di ordine 3 e 5.

Nel caso dell'equazione delle onde in 3D sono state ricavate relazioni ricorsive per la determinazione dei coefficienti delle formule definite dai metodi BDF di ordine minore o uguale a 6. Più in generale è stata data una nuova interpretazione delle formule di Lubich, che nel caso delle formule associate ai metodi BDF per l'equazione delle onde in 2D ha prodotto una nuova rappresentazione analitica dei coefficienti. È stata condotta anche un'intensa sperimentazione sull'uso di tali formule di convoluzione per risolvere problemi dipendenti dal tempo (equazioni del calore e delle onde) in 2D, con condizioni iniziali omogenee e condizioni al bordo di Dirichlet, utilizzando sia il metodo BEM di collocazione che quello di Galerkin.

L'intensa sperimentazione numerica fatta dall'Unità sembra confermare che le stesse proprietà valgono sia per Galerkin in 2D che per il metodo di collocazione.

Entrambi i metodi (collocazione e Galerkin), nei test effettuati forniscono comportamenti e risultati del tutto simili.

In questa fase, i risultati di tali test sono stati confrontati con quelli prodotti, utilizzando una diversa formulazione variazionale e quindi un diverso approccio numerico, dall'unità di Parma. A tale fine, sono stati definiti dei test comuni per un confronto dei metodi sviluppati dalle due unità.

L'attuale teoria delle formule di Lubich, nonché le successive applicazioni a problemi di propagazione di onde, presuppongono che i problemi siano omogenei, con condizioni iniziali omogenee. In un primo lavoro l'Unità ha quindi ricavato due formulazioni integrali alternative di tipo spazio-tempo per l'equazione delle onde (in 2D e 3D) non omogenea, con condizioni iniziali non omogenee e condizioni al bordo di Dirichlet. Tali formulazioni integrali richiedono la valutazione di integrali di "volume", per i quali sono state costruite delle formule di quadratura particolarmente semplici ed efficaci. Le formule proposte sono state verificate con numerosi test numerici, in particolare risolvendo con il metodo di collocazione sia problemi in 2D che in 3D.

E' stato poi affrontato l'analogo problema non omogeneo con condizioni al bordo di tipo Neumann. In questo caso è stata ricavata una formulazione integrale spazio-tempo, di tipo ipersingolare. Per gli integrali di volume generati dai dati non banali sono state ricavate delle formule di quadratura semplici ed efficienti. Successivamente sono stati costruiti dei metodi numerici di risoluzione, accoppiando un metodo di Lubich (per l'integrazione temporale) con metodi BEM di tipo collocazione e Galerkin. Per la costruzione del metodo di Lubich scelto (BDF di ordine 2), nel caso 2D (il più ostico) è stata analizzata sia la trasformata di Laplace del nucleo della predetta equazione ipersingolare che la costruzione e le proprietà dei coefficienti della formula di convoluzione discreta di Lubich.

E' stato infine costruito e analizzato sperimentalmente (nel caso 2D) un metodo di collocazione, basato su approssimanti continue e lineari a tratti, molto più veloce di quello di Galerkin, per il quale non sono noti risultati di stabilità e di convergenza. Proprietà che sono state invece dimostrate recentemente per il solo metodo di Galerkin nel caso 3D.

Dai numerosi test numerici effettuati è emerso che la collocazione classica nei nodi della partizione del contorno del dominio spaziale (2D), ovvero negli estremi dei boundary elements, dà origine a un metodo che sembra risultare al più condizionatamente stabile (convergente). La scelta invece di nodi interni ai singoli boundary elements, ma non coincidenti con i punti medi, sembra invece assicurare la stabilità (convergenza) incondizionata del corrispondente metodo di Lubich/collocazione. Negli stessi test numerici è stato considerato anche il metodo di Galerkin. I risultati prodotti dai due metodi: collocazione shiftato e Galerkin, sono del tutto simili, sia in termini di stabilità che di ordine di convergenza.

Nei due casi esaminati: Dirichlet e Neumann, i numerosi test effettuati sembrano suggerire che i metodi di collocazione proposti siano incondizionatamente stabili e convergenti, con un ordine di convergenza del tutto simile a quello del corrispondente metodo di Galerkin, per altro dimostrato solo nel caso 3D. Partendo da queste osservazioni, l'Unità ha iniziato uno studio di carattere teorico sulle proprietà dei metodi di collocazione sopra descritti, sia in 2D che in 3D, e dei corrispondenti metodi di Galerkin nel caso 2D.

Infine, è in fase di conclusione la costruzione e sperimentazione di un nuovo e più veloce approccio numerico per il calcolo del potenziale nei punti o nel dominio di interesse, ovvero della determinazione della soluzione dell'originario problema descritto dall'equazione delle onde, problema che in questo progetto è stato affrontato utilizzando la tecnica della rappresentazione BIE di tipo spazio-tempo.

L'unità di Parma ha proseguito lo studio, iniziato da qualche anno, di nuove formulazioni deboli e variazionali di alcuni semplici problemi iperbolici del secondo ordine, in particolare per l'analisi della propagazione di onde elastiche, riformulati mediante equazioni integrali di contorno singolari e ipersingolari direttamente nel dominio naturale spazio-tempo. Partendo da alcuni risultati teorici relativi allo studio della propagazione di onde acustiche, inizialmente è stata proposta una formulazione debole spazio-tempo per i problemi di propagazione di onde con condizioni di tipo Dirichlet e/o Neumann basata sulla legge di conservazione dell'energia.

Per problemi mono-dimensionali la formulazione debole del modello integrale presenta robuste proprietà teoriche. Infatti sono state dimostrate continuità e coercività della formula bilineare "energetica" proposta. Sono state, inoltre, ottenute stime delle costanti di coercività e schemi incondizionatamente stabili anche per elevati valori del tempo finale di osservazione. Tenendo conto anche degli ottimi risultati numerici è possibile affermare che la formulazione "energetica" proposta per la prima volta in questo progetto di ricerca, per problemi mono-dimensionali sia un'effettiva alternativa a quella usuale che fa uso dell'applicazione diretta della trasformata di Laplace del modello differenziale iniziale.

Successivamente, mediante la trasformazione di Fourier è stata analizzata l'estensione della formulazione "energetica" a problemi di Dirichlet o Neumann bi-dimensionali. E' stato dimostrato, in questi casi, che la forma quadratica "energetica" non può essere coerciva rispetto alle norme di Sobolev; tuttavia sono state indicate due possibili strategie per superare il problema, come descritto in alcuni lavori pubblicati su riviste internazionali dai componenti l'unità di ricerca. Proseguendo nella positiva collaborazione con i membri dell'unità del Politecnico di Torino si sono definiti e sperimentati nell'ambito della nuova formulazione "energetica" discretizzata alcuni schemi di calcolo per la valutazione degli elementi della matrice di Galerkin.

La matrice del sistema ottenuto nella fase di discretizzazione risulta avere una particolare struttura collegata alla forma (convoluzione finita nel tempo) delle equazioni integrali di tipo Volterra. Utilizzando opportune funzioni approssimanti per la componente temporale della soluzione, la matrice risulta triangolare a blocchi di tipo Toeplitz che permette di utilizzare la tecnica risolutiva time-marching in cui solo il blocco diagonale, definito positivo, deve essere invertito. Collegato a questo significativo risultato relativo al costo computazionale della schema numerico usato, alcuni membri dell'unità di ricerca di Parma hanno proposto, in presenza di una completa o parziale invarianza del problema integrale rispetto a gruppi di congruenze nel piano per problemi bi-dimensionali o nello spazio per problemi tri-dimensionali, tecniche di risoluzione veloci che fanno riferimento a famiglie di matrici di restrizione introdotte recentemente da alcuni membri dell'unità di Parma.

Va infine ricordato il notevole sforzo impiegato per lo sviluppo di software numerico che ha consentito una sperimentazione ampia e completa presentata con notevole interesse in numerosi convegni.

La formulazione variazionale proposta dall'unità di Parma per la propagazione di onde scalari nel caso mono e bidimensionale è stata estesa dall'unità di Brescia al caso tridimensionale, sia per il caso delle onde scalari (acustica) che per l'elastodinamica. E' stata considerata anche la formulazione per il problema di più domini costituiti da materiali diversi. E' stato inoltre approfondito lo studio della propagazione di onde meccaniche in mezzi viscosi e poro-elastici, in particolare la loro approssimazione utilizzando un codice BEM basato sul Convolution Quadrature Method.

Nell'ambito dell'analisi della propagazione dinamica della frattura per mezzo dell'analogo elastoplastica, nuovi risultati sono stati conseguiti. Formulazioni variazionali che sembrano estremamente interessanti sono state recentemente presentate a convegno e sono oggetto di un lavoro accettato per la pubblicazione. L'approssimazione di grandezze indispensabili all'implementazione di algoritmi di propagazione è stata condotta con successo e lo sviluppo del relativo codice è in corso. L'estensione alla dinamica, nel dominio del tempo, sembra diretta nel caso del problema di Yoffe; il caso generale è in corso di studio. Per il caso dinamico nel dominio delle frequenze, sono stati ottenuti interessanti risultati in collaborazione con la University of Alabama at Mobile, nella persona del Prof. A.V.Phan.

In collaborazione con le altre due unità di ricerca, sono stati costruiti algoritmi efficienti, derivanti dalla formulazione variazionale, per l'integrazione nel tempo. Sia per il problema acustico che elastodinamico nel dominio del tempo sono state realizzate delle integrazioni analitiche sia nel tempo che nello spazio. I risultati ottenuti risultano particolarmente interessanti per il calcolo in modo efficiente e accurato degli integrali singolari e quasi singolari presenti nella formulazione BEM.

Questi risultati hanno permesso lo sviluppo di alcune importanti considerazioni preliminari all'implementazione nel codice di calcolo in fase di sviluppo. In primo luogo è stato possibile studiare in modo dettagliato la regolarità richiesta alle funzioni di forma nel tempo da adottare per l'approssimazione del problema, sia per il metodo di collocazione che per la formulazione energetica. Alcune proprietà dei risultati ottenuti, in particolare la presenza di una sorta di definizione ricorsiva e di una separazione del comportamento nello spazio e nel tempo, sembrano avere un importante impatto dal punto di vista del miglioramento dell'efficienza computazionale.

Adottando l'ipotesi di decomposizione uniforme dell'asse temporale, è stato inoltre possibile dimostrare due interessanti proprietà della matrice del sistema: la triangolarità inferiore e la struttura alla Toeplitz. Se opportunamente sfruttate in fase implementativa, queste caratteristiche consentono un notevole risparmio dal punto di vista della richiesta di memoria ed una maggiore efficienza di calcolo.

Sono stati presi in considerazione altri aspetti del problema, quali l'approssimazione del fronte d'onda e lo studio del problema nel dominio illimitato. Nuovi risultati sono stati conseguiti nell'ambito dell'analisi compilativa dei modelli di interfaccia coesiva per il problema elastodinamico, con particolare riferimento a materiali di interesse geofisico. La propagazione di fratture nel caso di percorso noto (interfaccia) o incognito (discrete crack propagation) è stata sviluppata in collaborazione con l'Università di Siviglia (SP) nelle persone del Prof. Mantic e del dr. Tavarra.

E' stato inoltre dato un ulteriore contributo allo sviluppo di un codice di calcolo BEM; risultati significativi sono già stati ottenuti per il caso quasi-statico in elasticità e per problemi scalari anche in presenza di forze di volume. L'implementazione delle tecniche fast (H-matrices and ACA) è stata completata; esse risultano particolarmente importanti per riuscire a trattare problemi tridimensionali con un elevato numero di gradi di libertà, ed appaiono praticamente indispensabili nel caso di problemi dipendenti dal tempo.

Per la costruzione di un codice di calcolo BEM 3D per il problema elastodinamico a zone, è stata fatta un'implementazione di tecniche fast, di appropriati legami costitutivi di interfaccia tra le zone, di formule di quadratura numerica proposte dalle altre unità di ricerca. L'implementazione del codice è attualmente in atto in collaborazione con l'Università di Siviglia (prof. Mantic), con la University of Alabama at Mobile (prof. Phan), con l'Oak Ridge National Laboratory (proff. Gray, Fata), con l'Università di Sidney (prof. G. Morra) e con la Saarbruecken Universitaet (prof. Rjasanow).

Per quanto riguarda il problema della propagazione di onde scalari in domini tridimensionali, l'implementazione è praticamente conclusa; tutte le proprietà dei risultati che è stato possibile dimostrare nella fase teorica del lavoro sono state utilizzate per migliorare l'efficienza del codice di calcolo.

Sono state infine effettuate delle applicazioni di interesse ingegneristico e sismologico, in particolare con riferimento alla riproduzione del moto al suolo a causa di sorgenti sismiche.

12. Problemi riscontrati nel corso della ricerca

Il tempo che la ricercatrice Silvia Falletta, componente dell'unità di Torino, ha dedicato alla ricerca è stato inferiore a quello preventivato, causa due maternità pressoché consecutive nel periodo 2008-10. Ciò ha causato un lieve rallentamento delle attività inizialmente previste per l'unità di appartenenza. Il forte ridimensionamento del finanziamento attribuito, pari a poco più del 55% di quello richiesto, ha portato alla soppressione della prevista collaborazione con sismologi del Centro Internazionale di Fisica Teorica A. Salam di Trieste; anche la collaborazione tra le due unità di Torino e Parma e quella di Brescia è risultata, per lo stesso motivo, sensibilmente inferiore a quella preventivata.

13. Risorse umane complessivamente ed effettivamente impegnate (da consuntivo)

	(mesi uomo)
TOTALE	224
da personale universitario	49
altro personale	6
Personale a contratto a carico del PRIN 2007	

14. Modalità di svolgimento (dati complessivi)

Partecipazioni a convegni:

	Già svolti (numero)	Da svolgere (numero)	Descrizione
in Italia	25	8	Nei convegni già svolti sono stati presentati risultati ottenuti nell'ambito del progetto di ricerca. Nel mese di settembre 2011 è prevista la partecipazione di ricercatori appartenenti alle tre unità ad un convegno internazionale (simposio internazionale IABEM - International Association for Boundary Element Methods, Brescia, 5-8 settembre 2011. Pagina Web: www.iabem2011.it), per la presentazione dei risultati conclusivi ottenuti da ciascuna unità.
all'estero	26	0	Presentazione di risultati ottenuti nell'ambito del progetto di ricerca.
TOTALE	51	8	

Per ogni campo di testo max 8.000 caratteri spazi inclusi

Articoli pertinenti pubblicati:

	Numero	Descrizione
su riviste italiane con referee	2	Articoli contenenti risultati ottenuti da componenti delle tre unità di ricerca nell'ambito del progetto.
su riviste straniere con referee	18	Articoli contenenti risultati ottenuti da componenti delle tre unità di ricerca nell'ambito del progetto.
su altre riviste italiane	0	
su altre riviste straniere	0	
comunicazioni a convegni/congressi internazionali	24	Presentazione di risultati ottenuti da componenti delle tre unità di ricerca nell'ambito del progetto.
comunicazioni a convegni/congressi nazionali	11	Presentazione di risultati ottenuti da componenti delle tre unità di ricerca nell'ambito del progetto.
rapporti interni	12	Articoli sottomessi per la pubblicazione a riviste nazionali e internazionali con referee.
brevetti depositati	0	
TOTALE	67	

Per ogni campo di testo max 8.000 caratteri spazi inclusi

Data 07/12/2010 11:42

Firma

Si autorizza alla elaborazione e diffusione delle informazioni riguardanti i programmi di ricerca presentati ai sensi del D. Lgs. n. 196/2003 del 30.6.2003 sulla "Tutela dei dati personali". La copia debitamente firmata deve essere depositata presso l'Ufficio competente dell'Ateneo.